

# Modelo de un gravastar con complejidad nula

Alexander Sarango<sup>1</sup> Julio Andrade<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Escuela Superior Politécnica de Chimborazo



## Resumen

Modelos teóricos como los gravastars han surgido con el fin de resolver problemas asociados a los agujeros negros como la singularidad y la paradoja de la información. Este trabajo presenta un nuevo modelo de gravastar con complejidad nula, una condición útil para el estudio de cuerpos estelares complejos. Para ello, se utilizó el método de desacoplamiento gravitacional (GD) bajo el enfoque de deformación geométrica mínima extendida (MGDe). Los resultados demuestran que la nueva solución de gravastar obtenida es un modelo físicamente aceptable que podría emplearse para el estudio de sistemas mas complejos.

## Introducción

Las EFE describen a la gravitación como un efecto de la curvatura del espacio-tiempo. Para estudiar el interior del agujero negro se requiere que  $T_{\mu\nu} \neq 0$ .

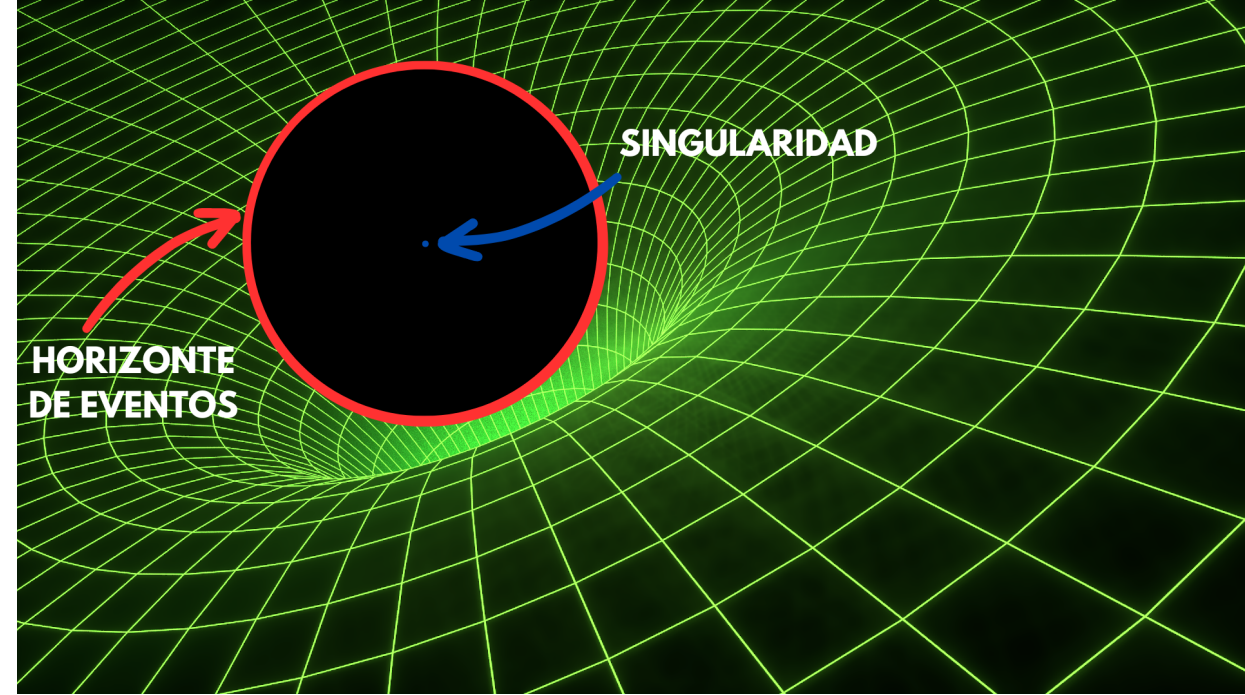


Figura 1. Representación simplificada de un agujero negro.

En 2001, Pawel Mazur y Emil Mottola [4], proponen la teoría de una estrella de vacío gravitacional (gravastar), un modelo alternativo a los agujeros negros. La solución de este modelo se considera como la solución interior de Schwarzschild en el límite ultracompacto.

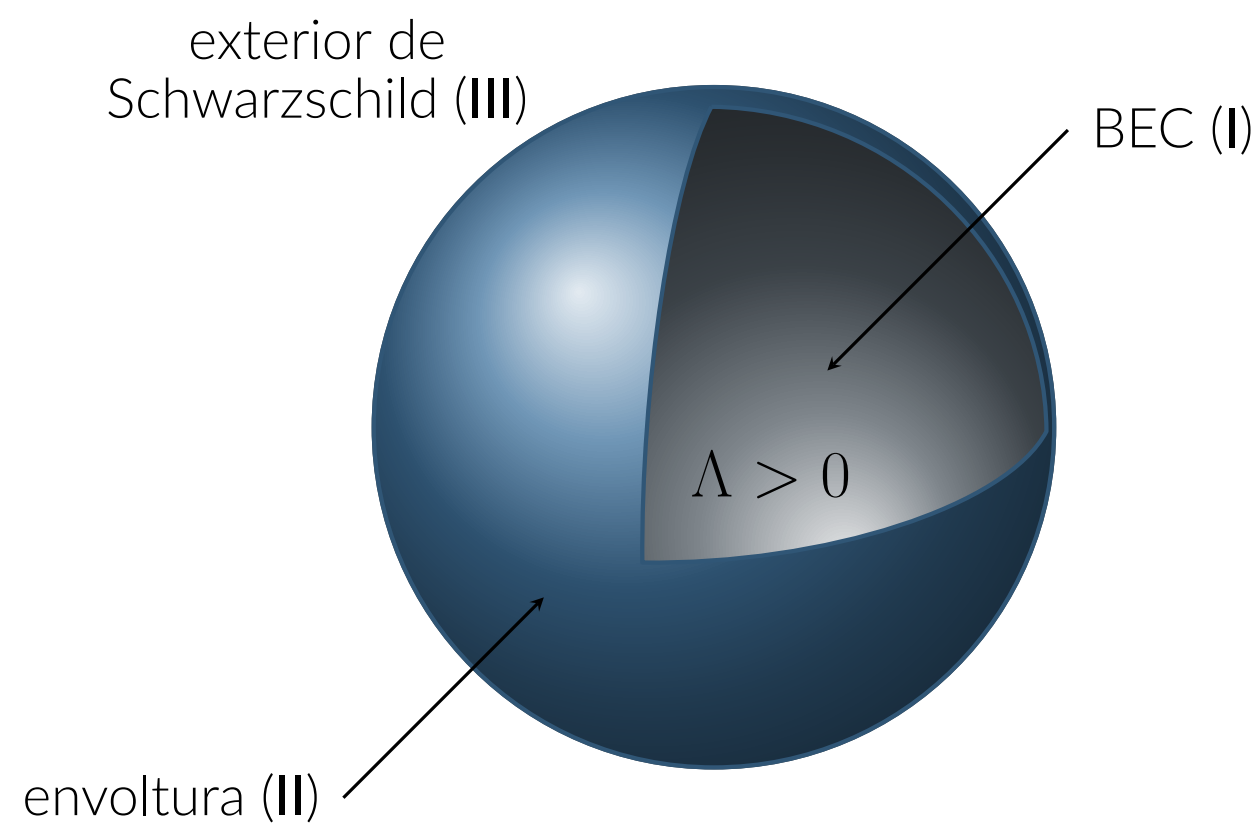


Figura 2. Estructura de un gravastar.

$$\begin{aligned} \text{I. } 0 \leq r < r_1, \quad p &= -\rho_0, \\ \text{II. } r_1 < r < r_2, \quad p &= \rho, \\ \text{III. } r_2 < r, \quad p &= \rho = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

$$e^{\nu(r)} = \frac{1}{4}(1 - H^2 r^2), \quad (3a)$$

$$e^{-\lambda(r)} = 1 - H^2 r^2. \quad (3b)$$

## Metodología

El factor de complejidad [3] cuantifica la complejidad de un sistema autogravitante con simetría esférica. La complejidad nula ( $Y_{TF} = 0$ ) sirve como condición extra al resolver las EFE. El método GD resulta en un sistema de 3 ecuaciones acopladas con 5 incógnitas  $\{\nu, \lambda, \rho, p_r, p_t\}$ .

$$T_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}^{(s)} + \alpha \theta_{\mu\nu}, \quad (4)$$

$$\kappa \rho = \frac{1}{r^2} + e^{-\lambda} \left( \frac{\lambda'}{r} - \frac{1}{r^2} \right), \quad (5a)$$

$$\rho = \rho^{(s)} + \alpha \theta_0^0, \quad (6a)$$

$$\kappa p_r = -\frac{1}{r^2} + e^{-\lambda} \left( \frac{\nu'}{r} + \frac{1}{r^2} \right), \quad (5b)$$

$$p_r = p_r^{(s)} - \alpha \theta_1^1, \quad (6b)$$

$$\kappa p_t = \frac{e^{-\lambda}}{4} \left( 2\nu'' + \nu'^2 - \nu'\lambda' + 2\frac{\nu' - \lambda'}{r} \right) \quad (5c)$$

$$p_t = p_t^{(s)} - \alpha \theta_2^2, \quad (6c)$$

La MGDe se consigue alterando la geometría del espacio-tiempo de la solución conocida  $T_{\mu\nu}^{(s)}$ . En particular, la configuración  $\{g \neq 0, f \neq 0\}$  se la conoce como MGDe. Como resultado, se desacopla el sistema de ecuaciones (5) en dos nuevos sistemas respecto a las fuentes  $T_{\mu\nu}^{(s)}$  y  $\theta_{\mu\nu}$ .

$$ds^2 = e^{\xi(r)} dt^2 - e^{-\mu(r)} dr^2 - r^2 d\Omega^2 \quad (7)$$

$$\xi \mapsto \nu = \xi + \alpha g \quad (8a)$$

$$e^{-\mu} \mapsto e^{-\lambda} = e^{-\mu} + \alpha f \quad (8b)$$

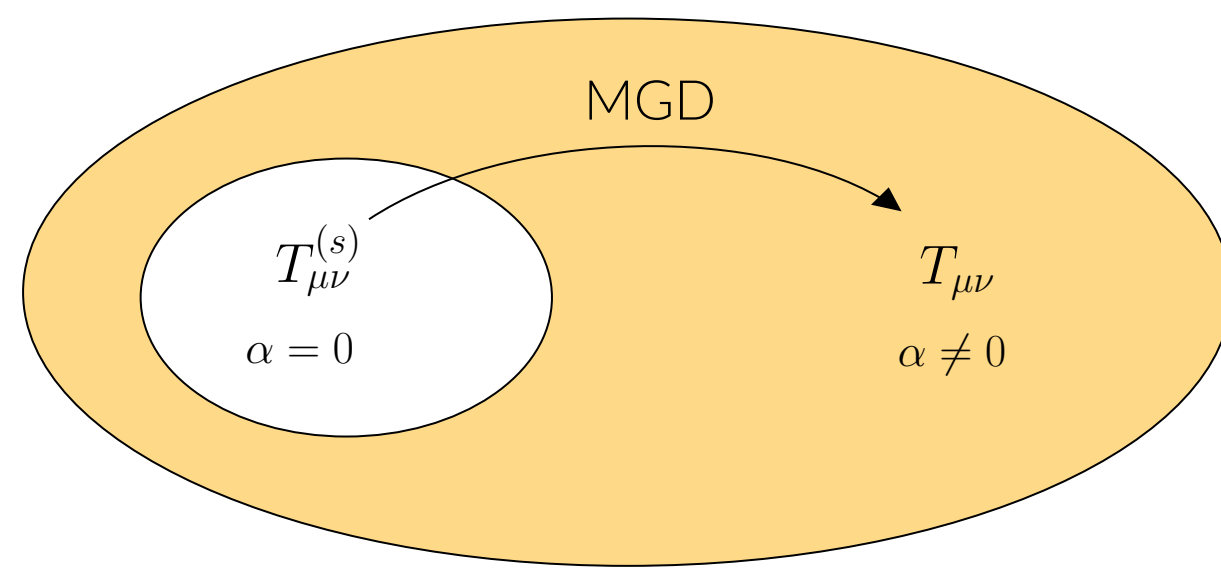


Figura 3. MGD como una extensión de la Relatividad General.

Bajo el enfoque MGDe, las componentes de la métrica pasan de  $\{\nu, \lambda\}$  a  $\{\xi, \mu\}$ .

$$\nu(r) = \ln \left[ \frac{1}{4}(1 - H^2 r^2) \right] + \alpha g(r), \quad (9a)$$

$$e^{-\lambda(r)} = 1 - H^2 r^2 + \alpha f(r). \quad (9b)$$

Mediante una restricción en la densidad en la fuente  $\theta_{\mu\nu}$  se obtiene  $f(r)$ , mientras que para  $g(r)$  se utiliza el concepto de complejidad nula. Finalmente, la nueva solución de gravastar es

$$e^{-\lambda(r)} = 1 - H^2 r^2(1 + \eta), \quad (10a)$$

$$e^{\nu(r)} = \frac{(1 - H^2 r^2) \eta C_2 \left( \cos(C_1) - \sqrt{\frac{1}{\eta}(1 - H^2 r^2(1 + \eta))} \cdot \sin(C_1) \right)^2}{4(\eta - 1 + H^2 r^2(1 + \eta))}, \quad (10b)$$

$$\kappa \rho = 3H^2 \epsilon, \quad (10c)$$

$$\kappa p_r = -\frac{1}{r^2} - \frac{B(r) \left( \eta - 1 - H^4 r^4 \epsilon + 2H^2 r^2(1 - 2\eta) \right) \cos(C_1)}{r^2(1 - H^2 r^2) \left( \eta - A(r) \right) \left( \cos(C_1) - B(r) \sin(C_1) \right)} - \frac{(\eta - 1 + 3H^6 r^6 \epsilon^2 + H^2 r^2(5 - 4\eta - 3\eta^2) - H^4 r^4(7 + 3\eta - 4\eta^2)) \sin(C_1)}{\eta A(r) r^2 (1 - H^2 r^2) (\eta - A(r)) (\cos(C_1) - B(r) \sin(C_1))}, \quad (10d)$$

$$\kappa p_t = \frac{H^2}{\eta B(r) (1 - H^2 r^2)^2 (\eta - A(r))^2 (A(r) \sin(C_1) - \cos(C_1))} \left[ \eta B(r) (1 - 5\eta + H^8 r^8 \epsilon^3 - 2H^6 r^6 \epsilon^2 (2 + \eta) + \eta^2 \epsilon (3 + \eta^2) - 2H^2 r^2 (2 - 3\eta + 3\eta^3)) \cos(C_1) - A(r) (3 + 2H^6 r^6 (\eta - 6) \epsilon^2 + 3H^8 r^8 \epsilon^3 - \eta (7 - \eta - 3\eta^2) + 2H^4 r^4 \epsilon (9 - 4\eta - \eta^2) - 2H^2 r^2 (6 - \eta (5 + 4\eta - 5\eta^2))) \sin(C_1) \right]. \quad (10e)$$

## Condiciones de frontera

Para analizar su comportamiento se utiliza una solución exterior fue obtenida bajo el enfoque MGD [6] en base a las condiciones frontera.

$$e^\nu = 1 - \frac{2M}{r}, \quad (11a)$$

$$e^{-\lambda} = \left( 1 - \frac{2M}{r} \right) \left( 1 + \frac{\ell}{2r - 3M} \right) \quad (11b)$$

$$\kappa \rho = -\frac{\ell M}{r^2(3M - 2r)^2} \quad (12a)$$

$$\kappa p_r = -\frac{\ell}{r^2(3M - 2r)} \quad (12b)$$

$$\kappa p_t = \frac{\ell(M - r)}{r^2(3M - 2r)^2} \quad (12c)$$

$$e^\nu|_{\Sigma^-} = e^\nu|_{\Sigma^+}; \quad e^{-\lambda}|_{\Sigma^-} = e^{-\lambda}|_{\Sigma^+}; \quad p_r|_{\Sigma^-} = p_r|_{\Sigma^+} \quad (13)$$

## Resultados

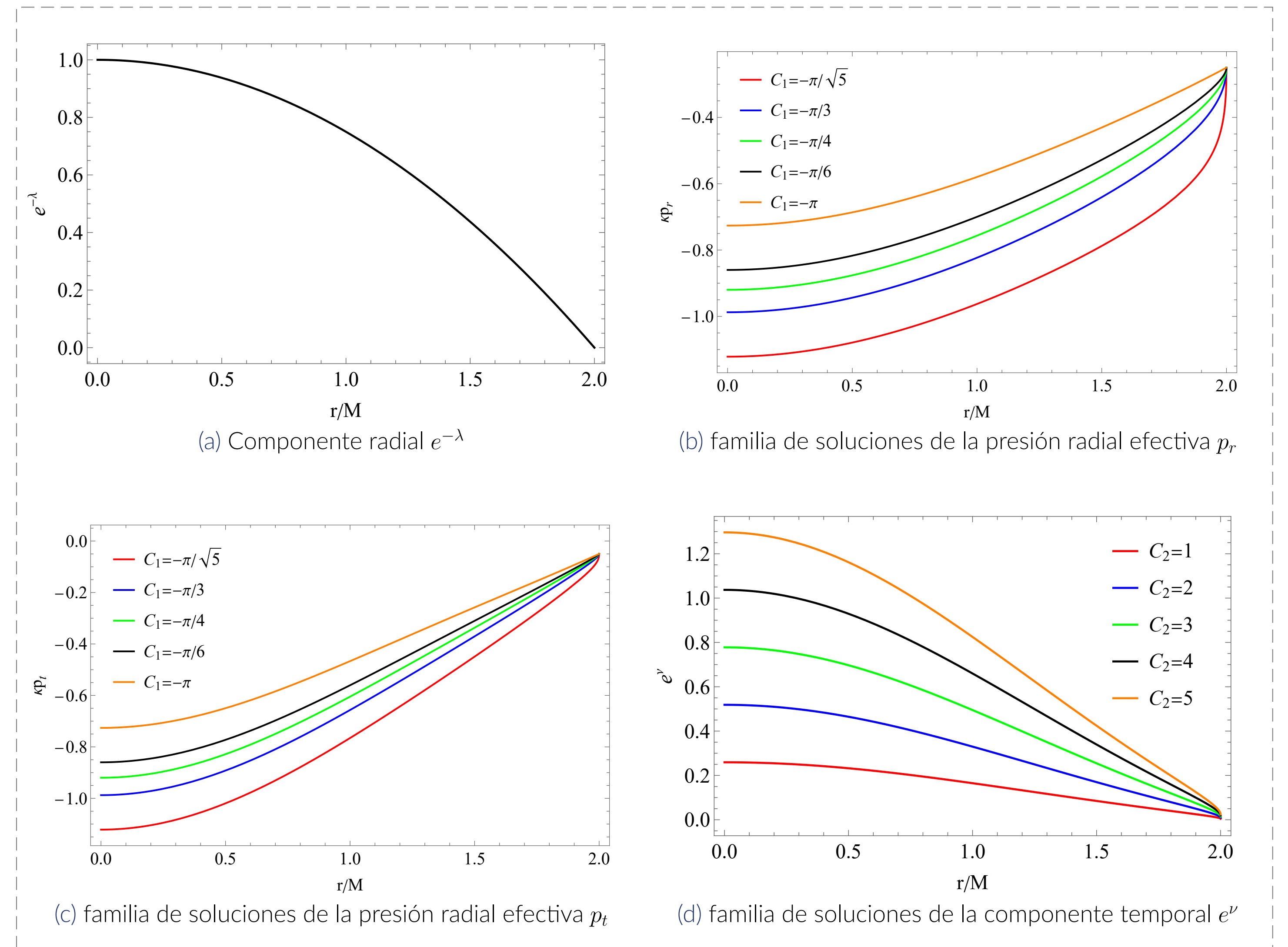


Figura 4. Resultados preliminares de la nueva solución de gravastar.

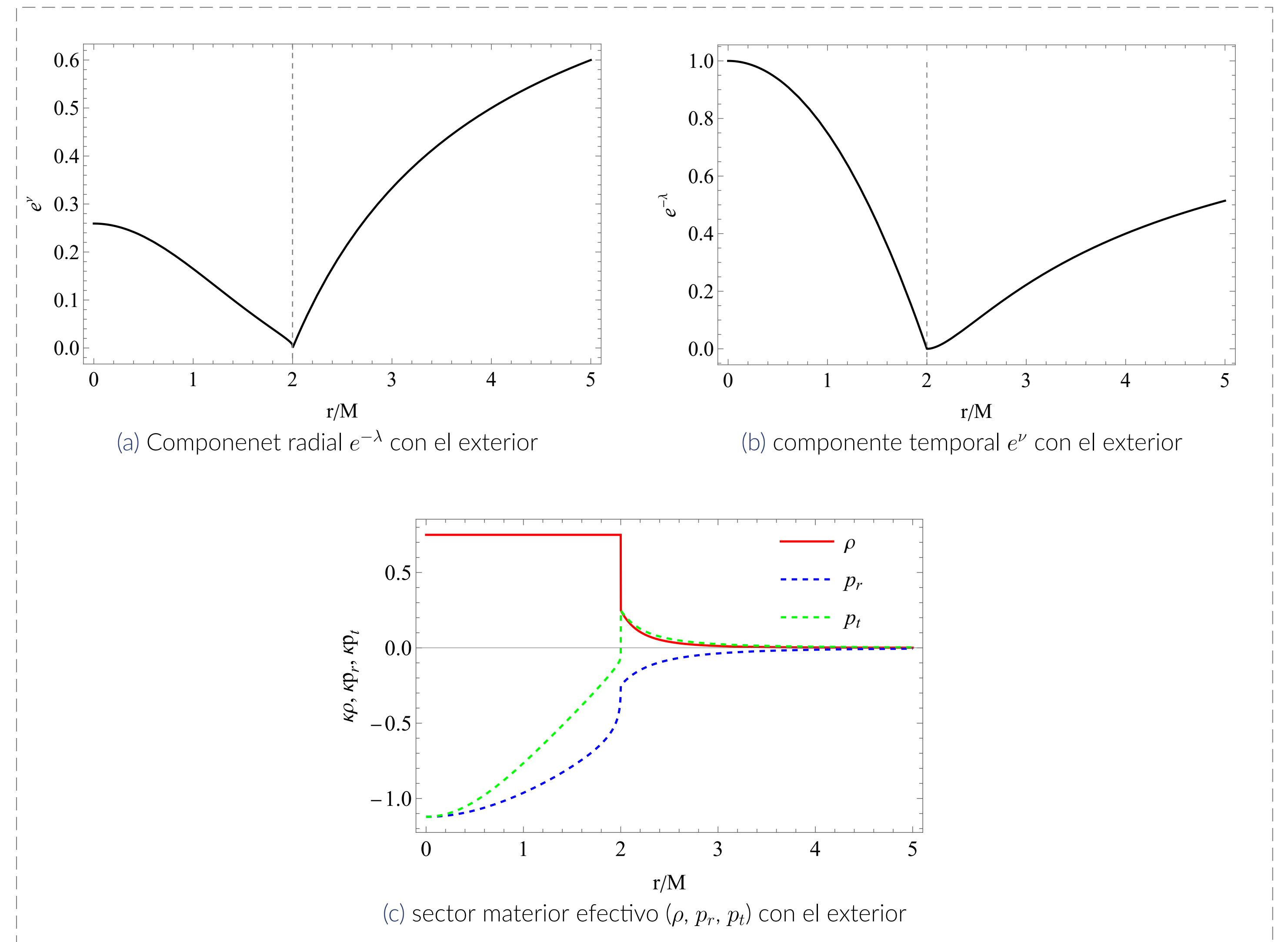


Figura 5. Resultados de la nueva solución de gravastar con  $\eta = 5/2$ ,  $C_1 = -\pi/\sqrt{5}$ ,  $C_2 = 1$ ,  $\ell = -1$ ,  $M = 1$ .

## Conclusiones

En este trabajo se modeló con éxito la solución interior de un gravastar utilizando la condición de complejidad nula, aplicando el método de desacople gravitacional bajo el enfoque de deformación geométrica mínima extendida. Emplear un enfoque alternativo demostró la eficiencia de extender el dominio del modelo estándar de gravastar hacia uno más complejo satisfaciendo las condiciones básicas de aceptabilidad física.

## Referencias

- [1] R. Casadio, J. Ovalle, and Roldão da Rocha. The minimal geometric deformation approach extended. *Classical and Quantum Gravity*, 32(21):215020, 2015.
- [2] E. Contreras and Z. Stuchlik. A simple protocol to construct solutions with vanishing complexity by gravitational decoupling. *The European Physical Journal C*, 82(8):706, 2022.
- [3] Luis Herrera. Complexity of self-gravitating systems. *Entropy*, 23(7), 2021.
- [4] Pawel O. Mazur and Emil Mottola. Gravitational condensate stars: An alternative to black holes. *gr-qc/0109035*, 2001.
- [5] J. Ovalle. Searching Exact Solutions for Compact Stars in Braneworld: a Conjecture. *Modern Physics Letters A*, 23(38):3247–3263, 2008.
- [6] J. Ovalle, C. Posada, and Z. Stuchlik. Anisotropic ultracompact schwarzschild star by gravitational decoupling. *Classical and Quantum Gravity*, 36(20):205010, 2019.